

Experimentelle Grundlagen



Thomas Schwandt

28. November 2007

- 1 Relativistische Kinematik
 - Grundlagen
 - Lorentz-Transformation
 - Erzeugung und Zerfall von Teilchen
- 2 Das Experiment
 - Kinematik
 - Aufbau
- 3 Zählratenabschätzung
 - Wirkungsquerschnitt
 - Luminosität
 - Erwartete Zählrate

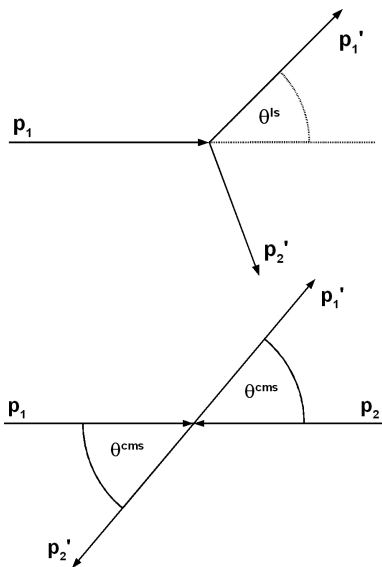
Grundlagen

- Teilchen mit Ruhemasse m_0 wird beschrieben durch Vierer-Vektor:

$$\underline{p} = \begin{pmatrix} E \\ \vec{p} \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad E = \sqrt{|\vec{p}|^2 + m_0^2}$$

- Geschwindigkeit $\vec{\beta} = \frac{\vec{p}}{E}$ (in SI: $\vec{v} = c \cdot \vec{\beta}$)
- Boost-Faktor $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{E}{m_0}$ (Masse: $m = \gamma \cdot m_0$)
- E , \vec{p} , $\vec{\beta}$ und γ abhängig von Bezugssystem, m_0 unabhängig

Bezugssysteme



Labor-System (ls)

- Teilchen 2 in Ruhe
- $\vec{p}_2^{(ls)} = \vec{0} \Rightarrow E_2^{(ls)} = m_2$

CM-System (cms)

- Schwerpunkt in Ruhe
- $\vec{p}_1 = -\vec{p}_2$

Zusammenhang $\theta^{(ls)} = f(\theta^{(cms)})$?

→ Lorentz-Transformation

Lorentz-Transformation

von System S in Bezugssystem S' mit $\vec{\beta}'$:

- zerlege Impuls in Komponenten:

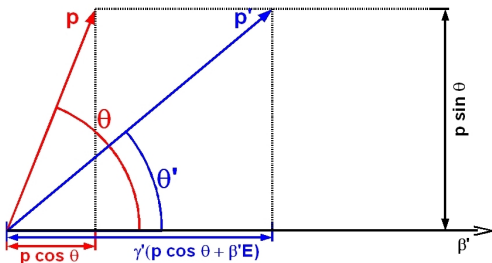
$$\vec{p} = \begin{pmatrix} \vec{p}_\perp \\ p_\parallel \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad p_\parallel = \vec{p} \cdot \hat{\beta}' = p \cos \theta$$

- transformiere nur Komponente parallel zum Boost:

$$\begin{pmatrix} E' \\ p'_\parallel \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma' & \beta' \gamma' \\ \beta' \gamma' & \gamma' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E \\ p_\parallel \end{pmatrix}$$

- \Rightarrow $p'_\parallel = \gamma'(p \cos \theta + \beta' E)$

Transformation des Winkels θ zwischen Impuls- und Boost-Richtung:



$$\tan \theta' = \frac{p \sin \theta}{\gamma'(p \cos \theta + \beta' E)} = \frac{\sin \theta}{\gamma'(\cos \theta + \beta'/\beta)}$$

mit $\beta = \frac{p}{E}$: Geschwindigkeit des Teilchens in S

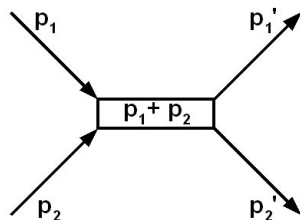
Lorentz-Invarianten

Minkowski-Skalarprodukt: $(\underline{p}_1 \cdot \underline{p}_2) = E_1 \cdot E_2 - \vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2$

- per Definition invariant unter Lorentz-Transformationen
- Beispiel: $(\underline{p} \cdot \underline{p}) = E^2 - |\vec{p}|^2 = m_0^2$ (invariante Masse)
- alle weiteren Produkte von 4-Vektoren invariant
- besonders nützlich: Mandelstam-Variablen s , t , u

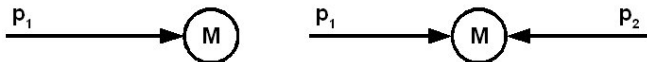
Mandelstam-Variablen

- $s = (\underline{p}_1 + \underline{p}_2)^2 = (\underline{p}'_1 + \underline{p}'_2)^2$
- $t = (\underline{p}_1 - \underline{p}'_1)^2 = (\underline{p}_2 - \underline{p}'_2)^2$
- $u = (\underline{p}_1 - \underline{p}'_2)^2 = (\underline{p}_2 - \underline{p}'_1)^2$



$$s \stackrel{(cms)}{=} (E_1 + E_2)^2 - \underbrace{(\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2}_{=0} = (E^{(cms)})^2$$

Erzeugung eines Teilchens



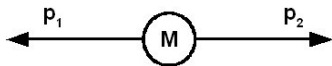
Teilchen der Masse M soll erzeugt werden \rightarrow Energie?

- im CM-System leicht zu berechnen ($E_1 + E_2 = M$)
- im Labor-System liefert Invarianz von s :

$$s = M^2 = (E_1 + m_2)^2 - \underbrace{(E_1^2 - m_1^2)}_{|\vec{p}_1|^2} \Rightarrow E_1^{(ls)} = \frac{M^2 - m_1^2 - m_2^2}{2m_2}$$

- bei Kollision: $E \propto M$ bei festem Ziel: $E \propto M^2$

Zerfall eines Teilchens



Teilchen mit Masse M zerfällt in Teilchen mit Massen m_1, m_2

- (cms): im Mittel nach Zeit $t = \tau$: Lebensdauer
- (ls): mit Boost γ nach $t = \gamma \cdot \tau \Rightarrow$ Strecke: $L = c\beta\gamma\tau$
- $|\vec{p}_1| = |\vec{p}_2| \Rightarrow E_1^2 - E_2^2 = m_1^2 - m_2^2$

$$E_2^2 = (M - E_1)^2 \Rightarrow E_1^{(cms)} = \frac{M^2 + m_1^2 - m_2^2}{2M}$$

- $E_1^{(ls)}$ durch Lorentz-Transformation

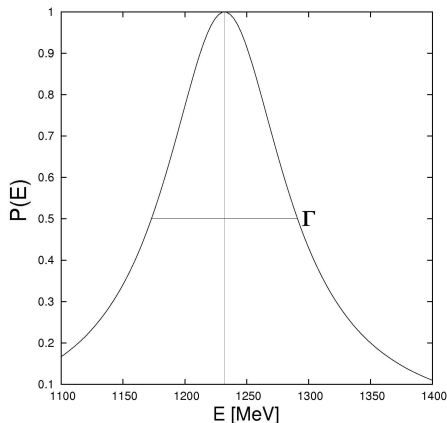
Breit-Wigner-Resonanz

Lebensdauer $\tau < \infty \Rightarrow$ keine scharf definierte Ruhemasse

- analog zur Optik (Linienbreite)
- Wahrscheinlichkeit, Teilchen mit $E^{(cms)} = E$ zu erzeugen:

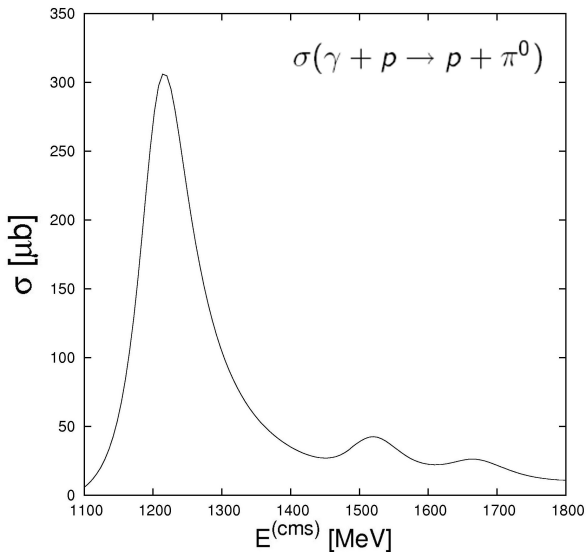
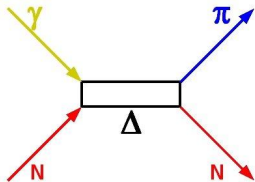
$$P(E) \propto \frac{(\Gamma/2)^2}{(E - M)^2 + (\Gamma/2)^2}$$

- M entspricht Ruhemasse
- $\Gamma = \frac{1}{\tau}$ ist *FWHM*



Die Δ -ResonanzDie Δ -Resonanz

- $M = 1232 \text{ MeV}$
- $\Gamma = 118 \text{ MeV}$
- $\tau = 5,6 \cdot 10^{-24} \text{ s}$
- $\Delta \rightarrow N + \pi$
- $S = \frac{3}{2}$



Erzeugung der Resonanz

- Photoproduktion: $\gamma + N \rightarrow \Delta$

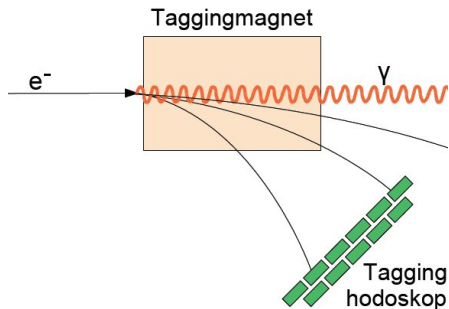
- $|\vec{p}_\gamma| = E_\gamma \quad |\vec{p}_N| = 0$

- für Resonanz:

$$E_\gamma = \frac{M_\Delta^2 - m_N^2}{2m_N} = 340 \text{ MeV}$$

- für FWHM:

$$E_\gamma = (264 - 419) \text{ MeV}$$



- ELSA bei 800 MeV
- Tagger liefert 25%-90%
- $E_\gamma = (200 - 720) \text{ MeV}$

Die Δ -Resonanz

Bei Resonanzenergie, im Laborsystem:

- $E_{\Delta}^{(ls)} = 1279 \text{ MeV}$ $p_{\Delta}^{(ls)} = 340 \text{ MeV}$
- $\gamma_{\Delta} = \frac{E^{(ls)}}{M} = 1,04$ $\beta_{\Delta} = \frac{p^{(ls)}}{E^{(ls)}} = 0,27$
- im Mittel zurückgelegte Strecke: $L = \beta\gamma c\tau = 0,5 \text{ fm}$
- zum Vergleich: mittlerer Ladungsradius Proton

$$\sqrt{\langle r_p^2 \rangle} = 0,9 \text{ fm}$$

Zerfall der Resonanz



- im CM-System: $|\vec{p}_N| = |\vec{p}_\pi| = 229 \text{ MeV}$
- π : $\beta_\pi = 0,86$ $\gamma_\pi = 1,96$
- N : $\beta_N = 0,24$ $\gamma_N = 1,03$
- Spin-Bilanz: $\frac{3}{2} \rightarrow \frac{1}{2} + 0$ aus Drehimpulserhaltung: $L_\pi = 1$
- Pion: P-Welle mit Winkelverteilung

$$W(\theta) \propto 2 + 3 \sin^2 \theta$$

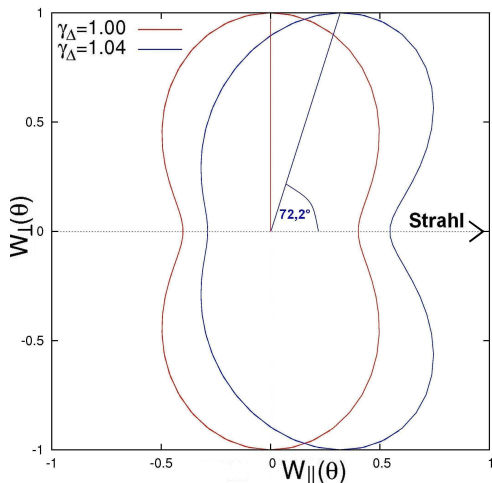
Das π -Meson

$$W(\theta) \propto 2 + 3 \sin^2 \theta$$

- Maximum: $\theta^{(cms)} = 90^\circ$

- $\tan \theta^{(ls)} = \frac{1}{\gamma_\Delta(0 + \beta_\Delta/\beta_\pi)}$

$$\Rightarrow \theta^{(ls)} = 72,2^\circ$$



Zerfall der Pionen

 π^{\pm}

- $\tau = 2,6 \cdot 10^{-8} \text{ s}$
- $L \approx 13 \text{ m}$
- $\pi^{\pm} \rightarrow \mu^{\pm} + \bar{\nu}_{\mu}$

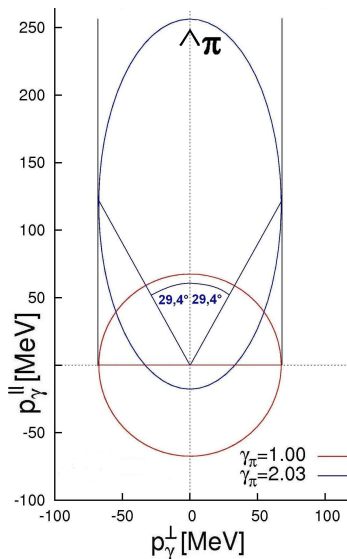
 π^0

- $\tau = 8,4 \cdot 10^{-17} \text{ s}$
- $L \approx 45 \text{ nm}$
- $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$

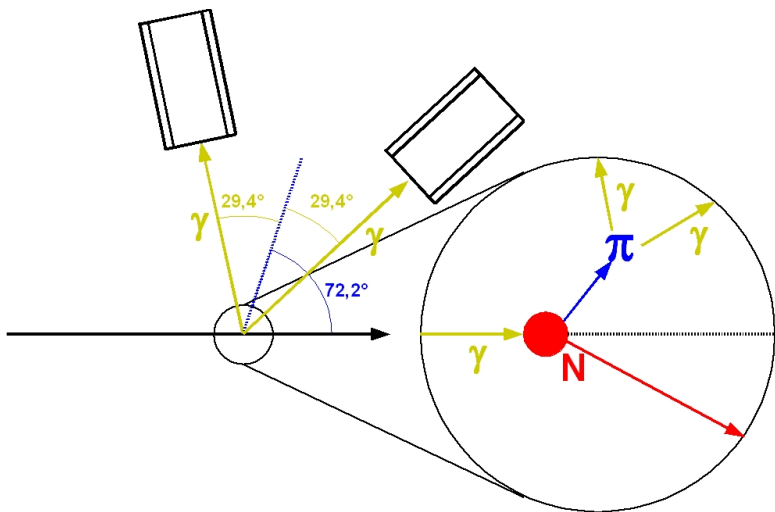
- $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$ mit Koinzidenz einfach zu detektieren
- Reaktionen: $\gamma + p \rightarrow p + \pi^0$ $\gamma + n \rightarrow n + \pi^0$

Zerfall des π^0 

- (cms): isotrope Winkelverteilung
- betrachte: $\theta^{(cms)} = 90^\circ$
- $\tan \theta^{(ls)} = \frac{1}{\gamma_\pi \beta_\pi}$
 $\Rightarrow \theta^{(ls)} = 29,4^\circ$
- liefert größte Akzeptanz, höchste Rate
- Energie $E_\gamma \approx 137$ MeV



Aufbau

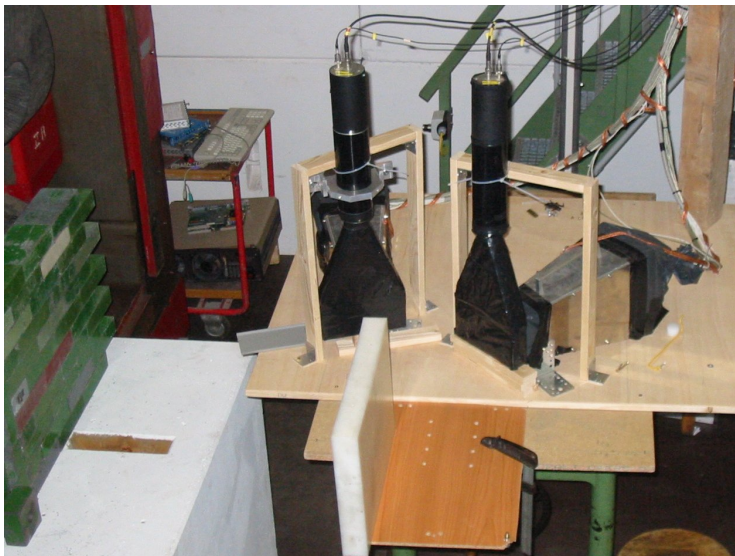


Detektion von π^0 durch γ

- CsI-Detektoren detektieren geladene Teilchen und Photonen
- Dünne organische Szintillatoren detektieren keine Photonen
⇒ organische Detektoren als Vetos
- γ : Signal von CsI und gleichzeitig nicht von Veto
- Koinzidenz zweier γ wird als π^0 -Zerfall identifiziert

$$[(D_1 \& \overline{V}_1) \& (D_2 \& \overline{V}_2)] \& \text{Tagger}$$

Aufbau



Zählrate

$$\dot{N} = \mathcal{L} \cdot \sigma$$

- Luminosität \mathcal{L} gegeben durch Strahl und Target
- Wirkungsquerschnitt σ wird i.d.R. aus \dot{N} und \mathcal{L} bestimmt
- *hier*: σ wird mit Daten von MAID berechnet
⇒ erwartete Zählrate \dot{N}

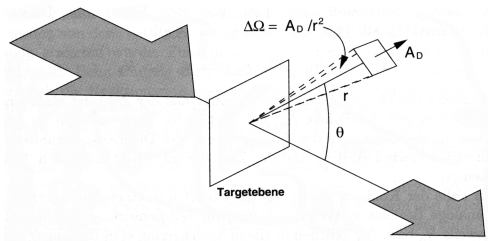
Wirkungsquerschnitt

- WQ \propto Wahrscheinlichkeit, dass Reaktion geschieht

$$\sigma = \frac{\text{Reaktionsrate}}{\text{Rate der Strahlteilchen} \times \text{Targetteilchen pro Fläche}}$$

- $[\sigma] = \text{barn} = 10^{-28} \text{ m}^2$
- *aber*: realer Detektor überdeckt nicht den gesamten Raum
 \Rightarrow detektierte Reaktionsrate hängt von Fläche A und Position (r, θ, φ) des Detektors D ab.

Differentieller WQ

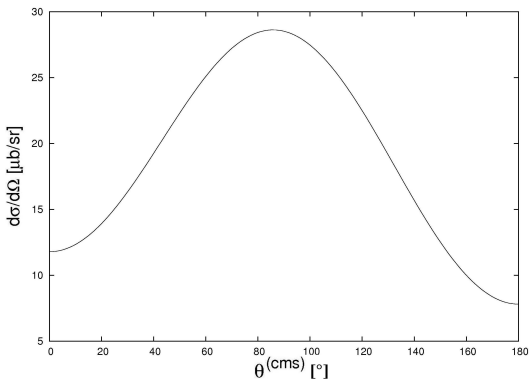


$$d\sigma = \frac{\text{Steurate nach } d\Omega}{\text{Rate der Strahlteilchen} \times \text{Targetteilchen pro Fläche}}$$

$$\sigma_D = \int_D \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega \approx \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta, \varphi) \cdot \Delta\Omega = \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta, \varphi) \cdot \frac{A}{r^2}$$

Differentieller WQ

$$d\sigma/d\Omega (\gamma + p \rightarrow p + \pi^0) \quad @ \quad E^{(cms)} = 1232 \text{ MeV}$$



- $\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} (\theta^{(cms)} = 90^\circ) \right|_{E=M} = 28 \frac{\mu\text{b}}{\text{sr}} \quad (\text{MAID})$
- konstant über Winkelbereich von 10°

Raumwinkel

- 2 Blöcke aus 9 Kristallen mit je $2,2\text{cm} \times 3\text{cm}$ Endfläche
 $\Rightarrow A = 60\text{cm}^2$ pro Block
- Abstand von Target $r = 30\text{cm}$
- Abschätzung: Photonen werden isotrop emittiert
- 1. Photon: $\Delta\Omega_1 = 2 \cdot \frac{A}{r^2}$ 2. Photon: $\Delta\Omega_2 = \frac{A}{r^2}$
- effektiver Raumwinkel ist Produkt der beiden einzelnen (UND)

$$\Delta\Omega = 2 \cdot \frac{A}{r^2} \cdot \frac{A}{r^2} = 0,009 \text{ sr}$$

Abschätzung des WQ

$$\sigma_D(E) \approx \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta = 90^\circ; E) \cdot \Delta\Omega$$

- Energieabhängigkeit: Breit-Wigner-Funktion $P(E)$
- Winkelabhängigkeit: 20 cm Detektorbreite $\cong 10^\circ$
 \Rightarrow keine Änderung des WQ im betrachteten Winkelbereich

$$\sigma_D(E) = 0,25\mu b \cdot P(E)$$

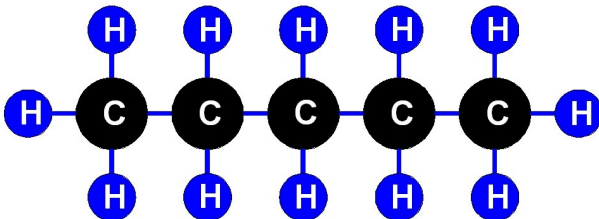
Luminosität

$\mathcal{L} = \text{einfallende Teilchen pro Fläche} \times \text{Targets}$

- einfallende Teilchen: $\dot{N}_\gamma \propto \frac{1}{E}$ als Bremsstrahlung
- Targets: N_N Nukleonen im Target-Material mit $F \times d$
- Annahme: Targetdurchmesser \geq Strahldurchmesser
- verwende Flächenbelegung $n_N = \frac{N_N}{F}$

$$\mathcal{L} = \frac{\dot{N}_\gamma}{F} \cdot N_N = \dot{N}_\gamma \cdot n_N$$

Das Target



- Polyethylen-Scheibe, $d = 5\text{ cm}$
- Massenformel $C_xH_{2x+2} \rightarrow CH_2$
- Dichte $\rho \approx \frac{1\text{ g}}{\text{cm}^3}$, molare Masse $m_M = 14 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$
- 2 freie Protonen pro Molekül
- im ^{12}C -Kern zusätzlich 6 Protonen und 6 Neutronen

Flächenbelegung

- Gewicht eines Moleküls:

$$m = \frac{m_M}{N_A}$$

- Anzahldichte der Moleküle:

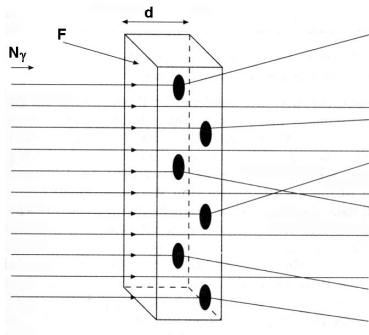
$$\frac{N}{V} = \frac{\rho}{m}$$

- Flächenbelegung:

$$n = \frac{N}{F} = \frac{N}{V} \cdot d$$

- Targets pro Molekül: $\frac{N_N}{N} = 14$

$$n_p = \frac{N_A}{m_M} \cdot \rho \cdot d \cdot \frac{N_N}{N} = 3 \cdot 10^{-6} \mu b^{-1}$$



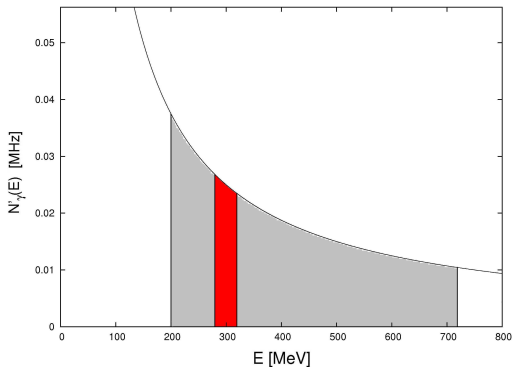
Photonenfluss

Pro Energie-Intervall:

$$d\dot{N}_\gamma = \frac{\dot{N}_0}{E_\gamma} dE$$

Im Experiment:

- Taggerlatte 12:
1,5 MHz
- Energiebereich:
 $\approx 35\%-40\%$



$$1,5 \text{ MHz} = \dot{N}_0 \int_{280}^{320} \frac{dE}{E} \approx 0,13 \cdot \dot{N}_0 \quad \Rightarrow \quad \dot{N}_0 \approx 12 \text{ MHz}$$

Erwartete Zählrate

$$\frac{d\mathcal{L}}{dE} = \dot{N}_0 \cdot n_N \cdot \frac{1}{E} \quad \Rightarrow \quad \dot{N} = \int \dot{N}_0 \cdot n_N \cdot \sigma_D \cdot \frac{P(E)}{E} dE$$

- erwartete Zählrate:

$$\dot{N} = 12 \text{ MHz} \cdot 3 \cdot 10^{-6} \mu\text{b}^{-1} \cdot 0,25 \mu\text{b} \cdot 0,01 \approx 0,1 \text{ Hz}$$

- gemessene Zählrate:

$$\dot{N} \approx (0,5 - 1,0) \text{ Hz}$$

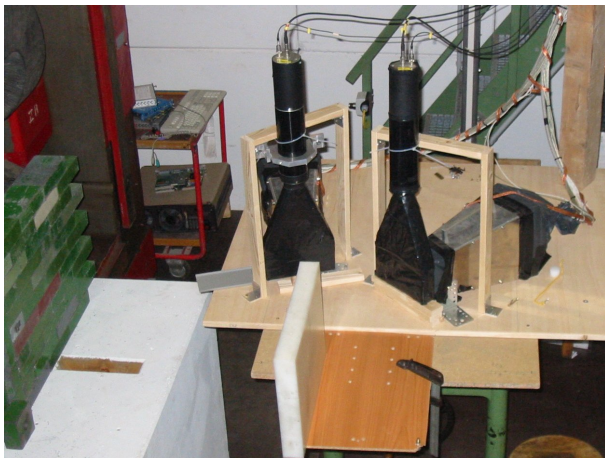
Fehlerdiskussion

Gründe für Abweichungen:

- Untergrundereignisse (zufällige Koinzidenzen)
- Abschätzung Photonenfluss
- Vernachlässigung der γ -Korrelation
- Beiträge anderer Resonanzen

Zusammenfassung

Photoproduktion der Δ -Resonanz



- Kinematik
- Aufbau
- Zählrate

$$\dot{N} \approx 0,1 \text{ Hz}$$